

Equação Fundamental da Dinâmica dos Oceanos: sistemas de Referência, força Gradiente de Pressão, força Gravitacional, força Centrífuga, força Pêso, força Geradora de Marés, força Dissipativa e força de Coriolis

Seja a força gravitacional da Terra atuando no ponto (P) (*Figura 3*), onde se encontra a massa unitária m . Sejam outras forças gravitacionais devido a presença do Sol e da Lua, bem como as forças gravitacionais devido aos planetas, Jupiter, Netuno, Venus etc que interferem no movimento, descritas no Referencial Inercial de origem (O) na forma:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_{i(P)} \quad (1)$$

O deslocamento da massa unitária m colocada em (P) poderá ainda estar submetido às forças devido a gradientes de pressão $\vec{P}(P)$, às forças dissipativas do movimento $\vec{\tau}_{(P)}$ e a força com que a massa M da Terra atrai a massa unitária m conhecida como força $(\vec{P}_{eso})$.

Seja a descrição do movimento feita no referencial Inercial de coordenadas de origem (O) . Seja (C) o centro da Terra; (C_L) , (C_s) e (C_i) os centros da Lua, Sol e outros planetas que exercem ação gravitacional na massa m . Seja $\vec{OP}$ o vetor posição da partícula m referido ao referencial Inercial (Estrelas Fixas). A força resultante da soma vetorial das forças que atuam em (P) acelera o vetor posição da massa unitária m e pode ser expressa na forma :

$$m \cdot \frac{d_o^2 \vec{OP}}{dt^2} = \vec{P}(P) + \vec{P}_{eso}(P) + \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i(P)} + \vec{\tau}(P) \quad (2)$$

onde:

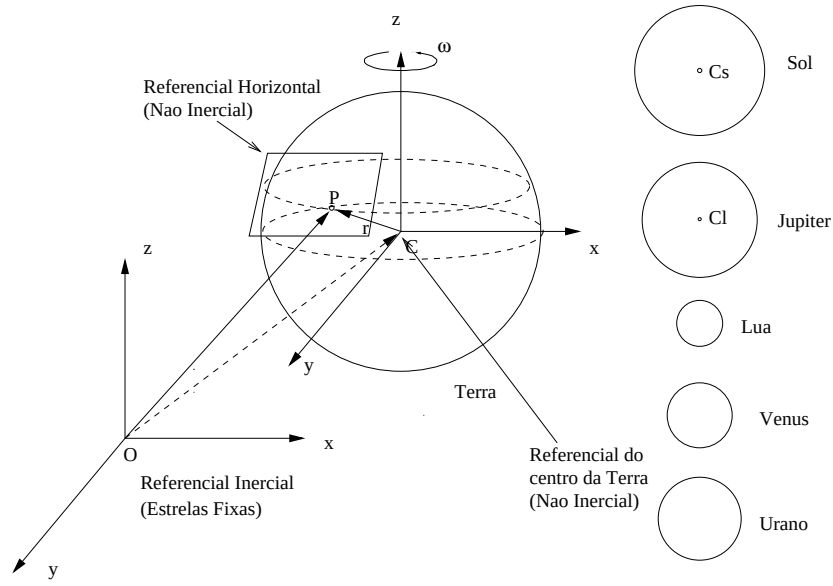


Figura 1:

1º termo é a força que acelera o vetor posição $\overrightarrow{OP}$ da massa m em relação ao referencial Inercial (O).

2º termo é a força devido ao gradiente de pressão $\vec{P}$ na massa m colocada em (P) no referencial (h) que é o mesmo que o referencial Não Inercial do Centro da Terra (C).

3º termo é a força $\vec{P}_{eso}$ exercida pela atração gravitacional da massa M da Terra sobre a partícula m colocada no ponto (P) (no referencial (h)).

4º termo é a força devido às forças gravitacionais $\vec{F}_i$, $i = 1, \dots, N$ da Lua, Sol e outros corpos celestes atuando em m colocada em (P) no referencial (h).

5º termo são as forças dissipativas $\vec{\tau}$ do movimento $\vec{u}$ que a massa m adquire sob a ação das forças que agem no ponto (P) do referencial (h).

Deve-se notar que na equação (2) supõe-se a velocidade angular da Terra $\vec{\omega} = 0$.

Por outro lado, a força que acelera o vetor posição $\overrightarrow{OC}$ da massa unitária m , quando colocada no centro da Terra (C) é dada, no referencial Inercial (O), por:

$$m \cdot \frac{d_o^2 \overrightarrow{OC}}{dt^2} = \vec{P}(C) + \vec{P}_{eso}(C) + \sum_{i=1}^N \vec{F}_i(C) + \vec{\tau}(C) \quad (3)$$

onde:

1º termo é a força que acelera o vetor posição $\overrightarrow{OC}$ da massa m em relação ao referencial Inercial (O).

2º termo é a força $\vec{P}$ em m colocada em (C) devido ao gradiente de pressão .

3º termo é a força $\vec{P}_{eso}$ em m colocada em (C) devido ao peso da partícula .

4º termo é a força $\vec{F}_i$ $i=1,2,...N$ em m colocada em (C) devido às forças gravitacionais da Lua, Sol e outros corpos celestes .

5º termo é devido às forças dissipativas $\vec{\tau}$ do movimento da massa m colocada em (C).

Note-se que $\vec{P}_{(C)} = 0$, $\vec{P}_{eso}(C) = 0$ e $\vec{\tau}_{(C)} = 0$, pois no Centro da Terra (C) o gradiente de pressão , a força peso e as forças dissipativas são todas nulas. Note - se também que em (3) supõe-se nula a velocidade $\vec{\omega}$ de rotação da Terra. A partir de (3) pode-se então escrever:

$$m \cdot \frac{d_o^2 \overrightarrow{OC}}{dt^2} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i(C)} \quad (4)$$

onde:

1º termo é a força que acelera o vetor posição $\overrightarrow{OC}$ da massa m colocada em (C) em relação ao sistema Inercial (O).

2º termo é a soma vetorial das forças gravitacionais $\vec{F}_i$ de (N) corpos celestes (Sol, Lua, planetas, etc), que atuam na partícula m colocada em (C).

Note-se que em (4) são consideradas todas as forças gravitacionais que, atuando em (C), produzem os movimentos da Lua e do Sol em relação à Terra, bem como outras forças de menor magnitude relativas aos planetas Jupiter, Urano e outros.

Dessa forma, da Figura 3 nota-se que:

$$\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC} \quad (5)$$

e portanto:

$$\frac{d_o^2 \overrightarrow{CP}}{dt^2} = \frac{d_o^2 \overrightarrow{OP}}{dt^2} - \frac{d_o^2 \overrightarrow{OC}}{dt^2}. \quad (6)$$

Segue-se que subtraindo-se (4) de (2) obtém-se

$$m \cdot \left[\frac{d_o^2 \overrightarrow{OP}}{dt^2} - \frac{d_o^2 \overrightarrow{OC}}{dt^2} \right] = \vec{P}(P) + \vec{P}_{eso}(P) + \sum \left[\vec{F}_i(P) - \vec{F}_i(C) \right] + \vec{\tau}(P) \quad (7)$$

onde:

1º termo é a força resultante na massa m colocada em (P) definida, conforme a equação (6), pela aceleração do vetor $\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC} = \vec{r}$, em relação a (O) .

2º termo é a força $(\vec{P})$ atuando em m devido ao gradiente de pressão em (P) .

3º termo é a força $(\vec{P}_{eso})$ atuando em m devido a atração gravitacional da massa da M da Terra em (P) .

4º termo é diferença entre as forças gravitacionais em (P) e (C) que atua em m colocada em (P) .

5º termo é a força dissipativa $(\vec{\tau})$ do movimento $\vec{u}$, que a massa m colocada em (P) adquire sob a ação das outras forças que nela atuam.

Onde, o quarto termo de (7) é chamado Força Trativa de Marés $(\vec{T})$, ou também Força Geradora de Marés.

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^N [\vec{F}_i(P) - \vec{F}_i(C)]. \quad (8)$$

Pode-se então escrever a equação (7) na forma:

$$m \cdot \frac{d_o^2 \vec{r}}{dt^2} = m \cdot \frac{d_o^2 \overrightarrow{CP}}{dt^2} = \vec{P} + \vec{P}_{eso} + \vec{T} + \vec{\tau}. \quad (9)$$

A expressão (9) é a Equação Fundamental dos Oceanos escrita em termos do referencial Inercial das Estrelas Fixas (O) sob condição de velocidade angular de rotação $\vec{\omega} = 0$ da Terra. Nas condições de velocidade angular de rotação nula o referencial carteziano (C) do Centro da Terra tem os seus eixos fixos nas Estrelas Fixas.

DESCRIÇÃO DO MOVIMENTO DO REFERENCIAL NÃO INERCIAL(C) EM RELAÇÃO AO INERCIAL(O)

A expressão (9) fornece a força que produz a aceleração do vetor posição da massa m colocada em (P) , $\overrightarrow{CP} = \vec{r}$, referido ao referencial Inercial (O) supondo-se a rotação da Terra nula. Para a análise dos fenômenos oceanográficos é mais natural, entretanto, fazer a força que produz a aceleração do vetor posição ser referida ao referencial Não Inercial do Centro da Terra (C) , e supor-se a rotação da Terra não nula, pois essa é a condição real (vista do referencial (O)), com que todos os movimentos na superfície da Terra são,

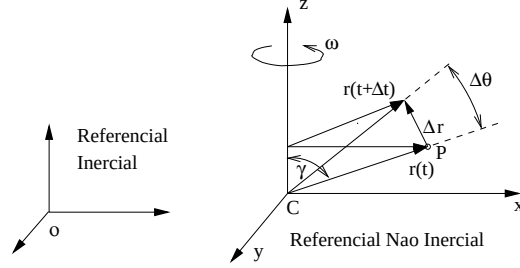


Figura 2:

em geral, descritos .

Um sistema de referência colocado na superfície da Terra é chamado de referencial Horizontal (h) (Fig 1), pois tem o horizonte local como plano de referência e os eixos cartesianos paralelos aos do referencial colocado no Centro da Terra (C) . Visto do referencial Inercial de Origem (O) o movimento da partícula m colocada no ponto (P), no referencial Horizontal (h), tem em relação ao eixo de rotação da Terra, uma velocidade angular, $\vec{\omega} \neq 0$, conforme indicado na Fig 1.

Essa velocidade angular $\vec{\omega}$ é a mesma para todos os pontos da Terra, incluindo o ponto (P) e o referencial Horizontal (h) de coordenadas, pois ele também gira com velocidade angular $\vec{\omega}$, em relação ao referencial fixo nas Estrelas Fixas (O). Nessas condições a velocidade tangencial $\vec{u}_T$ do vetor posição $\vec{r} = \overrightarrow{CP}$, em relação ao Centro da Terra (C) é dada por:

$$\vec{u}_T = \frac{d\overrightarrow{CP}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}, \quad (10)$$

pois uma partícula de massa m colocada na superfície da Terra, no ponto (P) se movimenta em torno do eixo de rotação da Terra com velocidade angular $\vec{\omega}$ conforme esquematizado na (Figura 2).

Da (Figura 2) vê-se que no limite para $\Delta t \Rightarrow 0$ obtem-se:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = |\vec{r}| \sin \gamma \frac{d\theta}{dt} \frac{\vec{\omega} \wedge \vec{r}}{|\vec{\omega} \wedge \vec{r}|} \quad (11)$$

lembrando que: $|\vec{\omega} \wedge \vec{r}| = |\vec{\omega}| |\vec{r}| \sin \gamma$ e que: $|\vec{\omega}| = \frac{d\theta}{dt}$, substituindo-se em (11) obtem-se:

$$\vec{u}_T = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \quad (12)$$

que é a velocidade tangencial, expressa pela equação (10), com que todas as coisas à distância $|\vec{r}| \sin \gamma$ (Fig 2), do eixo de rotação da Terra possuem, sendo o ângulo γ a colatitude de (P). Todos habitantes da Terra estão sujeitos a essa velocidade tangencial, pelo fato de a Terra girar com velocidade angular $\vec{\omega} \neq 0$ em torno do eixo Norte-Sul, em relação ao referencial das Estrelas Fixas.

VETOR QUALQUER $\vec{B}_h$ NO SISTEMA HORIZONTAL (h)

Seja o vetor $\vec{B}_h$ na superfície da Terra medido em relação ao referencial Horizontal de origem (h), $\vec{B}_h = B_x \vec{i}_h + B_y \vec{j}_h + B_z \vec{k}_h$, onde B_x , B_y e B_z são as componentes cartesianas ortogonais segundo os versores $\vec{i}_h, \vec{j}_h, \vec{k}_h$ de módulos $|\vec{i}_h|, |\vec{j}_h|, |\vec{k}_h| = 1$, com $\vec{i}_h, \vec{j}_h, \vec{k}_h$ presos ao referencial Horizontal de coordenadas tangente à superfície da Terra.

Se $\vec{B}_h$ se move em relação ao referencial Horizontal de origem (h), com velocidade $\vec{u}_h \neq \vec{u}_T$

a variação do $\vec{B}_h$ com o tempo é dada por:

$$\vec{u}_h = \left(\frac{d\vec{B}_h}{dt} \right)_h = \frac{dB_x}{dt} \vec{i}_h + \frac{dB_y}{dt} \vec{j}_h + \frac{dB_z}{dt} \vec{k}_h \quad (13)$$

Nesse sistema de referência o conjunto $\vec{i}_h, \vec{j}_h$ e $\vec{k}_h$ é fixo no referencial Horizontal (h) e gira com ele com velocidade angular $\vec{\omega}$ em relação ao referencial Inercial centrado na origem (O).

O sistema Inercial, por outro lado, é não rotatório e nele, um observador vê, não somente as componentes cartesianas escalares de $\vec{B}_h$ variarem com o tempo, mas também os vetores unitários $\vec{i}_h, \vec{j}_h$ e $\vec{k}_h$.

$$\left(\frac{d\vec{B}_h}{dt} \right)_O = \frac{dB_x}{dt} \vec{i}_h + \frac{dB_y}{dt} \vec{j}_h + \frac{dB_z}{dt} \vec{k}_h + B_x \frac{d\vec{i}_h}{dt} + B_y \frac{d\vec{j}_h}{dt} + B_z \frac{d\vec{k}_h}{dt} \quad (14)$$

onde as derivadas dos versores $\vec{i}_h, \vec{j}_h$ e $\vec{k}_h$ em relação ao tempo $\frac{d\vec{i}_h}{dt}, \frac{d\vec{j}_h}{dt}, \frac{d\vec{k}_h}{dt}$ são da mesma forma que a expressão (12), $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$, conforme já foi visto então:

$\frac{d\vec{i}_h}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{i}_h, \frac{d\vec{j}_h}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{j}_h$ e $\frac{d\vec{k}_h}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{k}_h$ de forma que pode-se de (14) escrever a derivada de $\vec{B}_h$ em relação ao tempo no referencial Inercial (O) na forma:

$$\left(\frac{d\vec{B}_h}{dt} \right)_O = \left(\frac{d\vec{B}_h}{dt} \right)_h + B_x \vec{\omega} \wedge \vec{i}_h + B_y \vec{\omega} \wedge \vec{j}_h + B_z \vec{\omega} \wedge \vec{k}_h \quad (15)$$

ou seja:

$$\left(\frac{d\vec{B}_h}{dt}\right)_O = \left(\frac{d\vec{B}_h}{dt}\right)_h + \vec{\omega} \wedge \vec{B}_h \quad (16)$$

Note-se em (16) que a variação com o tempo do vetor $\vec{B}_h$ associado à massa m no ponto (P) é descrita no referencial Inercial (O) somando-se a variação de $\vec{B}_h$ com o tempo no referencial Não Inercial (h) (Sistema Horizontal) à velocidade tangencial de $\vec{B}_h$ como definida na equação (12).

Conforme a equação (12) a velocidade tangencial do vetor $\vec{B}_h$ qualquer, $\vec{u}_T = \vec{\omega} \wedge \vec{B}_h$, no referencial Horizontal (h) é idêntica à velocidade tangencial $\vec{u}_T = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_h$ do vetor posição $\vec{r}_h$ da massa m no referencial (C), pois ambos os vetores tangenciais são decorrentes da velocidade de rotação $\vec{\omega}$ do referencial preso ao Centro da Terra (C) em relação a (O).

Portanto a variação de $\vec{r}_h$ (vetor posição de m em relação a (C)) com o tempo, deve ser igual à variação de $\vec{B}_h$ (vetor qualquer associado a m em (h)) com o tempo, de forma que de (16) pode-se escrever inicialmente:

$$\vec{u}_o = \left(\frac{d\vec{B}_h}{dt}\right)_h + \vec{\omega} \wedge \vec{r}_h \quad (17)$$

Mas, como $\left(\frac{d\vec{B}_h}{dt}\right)_h = \left(\frac{d\vec{r}_h}{dt}\right)_c$ segue-se, finalmente, que (17) pode ser escrita como:

$$\vec{u}_o = \left(\frac{d\vec{r}_h}{dt}\right)_c + \vec{\omega} \wedge \vec{r}_h \quad (18)$$

Dessa forma o movimento $\vec{u}_o$ de $\vec{B}_h$, visto do referencial Inercial (O) pode ser escrito em termos do movimento $\vec{u}_h$ em relação ao referencial Horizontal (h) (que é igual ao referencial do Centro da Terra (C)) à partir do vetor $\vec{r}_h$, (cujo módulo é diferente do módulo de $\vec{r}$ o raio médio da Terra), adicionando-se, conforme a equação (12), o vetor velocidade $\vec{\omega} \wedge \vec{r}_h$.

A EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA DOS OCEANOS

Mas a equação (9) é a Equação Fundamental da Dinâmica dos Oceanos descrita em relação ao referencial Inercial de origem (O) supondo-se a velocidade angular da Terra $\vec{\omega} = 0$. Para escrever essa equação em relação ao referencial Horizontal, que é onde está o Navio Oceanográfico, sob condição de $\vec{\omega} \neq 0$, deve-se trabalhar como na equação (16) atuando-se de forma análoga como sobre o vetor qualquer $\vec{B}_h$, mas agora identificado como vetor velocidade qualquer $\vec{u}_o = \vec{u}$. Operando-se dessa forma em (16) obtém-se:

$$\left(\frac{d\vec{u}_o}{dt}\right)_O = \left(\frac{d\vec{u}_o}{dt}\right)_C + \vec{\omega} \wedge \vec{u}_o \quad (19)$$

Substituindo-se o valor de $\vec{u}_o$ mostrado na equação (18) em (19), fazendo-se $\vec{u}_o = \vec{u}$ e admitindo - se $\vec{r}_h \cong \vec{r}$ segue-se:

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_O = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_C + \vec{\omega} \wedge \vec{r} \right]_C + \vec{\omega} \wedge \left[\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_C + \vec{\omega} \wedge \vec{r} \right]_C. \quad (20)$$

Efetutando-se as operações indicadas,

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_O = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_C + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}\right)_C + \vec{\omega} \wedge \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_C + \vec{\omega} \wedge \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_C + \vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{r} \quad (21)$$

Como o vetor velocidade angular $\vec{\omega}$ da Terra é praticamente constante, segue-se, fazendo $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_O = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_C + 2\vec{\omega} \wedge \vec{u} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad (22)$$

obtendo-se finalmente:

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_O = \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_C + 2\vec{\omega} \wedge \vec{u} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}), \quad (23)$$

que é a variação com o tempo do vetor $\vec{u}$ vista do referencial Inercial (O). Note-se que ela adiciona à variação com o tempo de $\vec{u}$, efetivamente medida no referencial (C), mais duas parcelas que serão identificadas mais adiante. Note-se que as parcelas de velocidades incorporadas são derivadas da velocidade angular $\vec{\omega}$ não nula da Terra. Caso contrário a variação de $\vec{u}$ em (O) e em (C) seriam iguais.

Substituindo-se (23) na expressão (7) notando-se que: $\frac{d^2 \vec{OP}}{dt^2} - \frac{d^2 \vec{OC}}{dt^2} = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_O$ e que $\left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)_O = \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_O$, obtem-se:

$$m. \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_C + 2m.\vec{\omega} \wedge \vec{u} + m.\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} + \vec{\tau} \quad (24)$$

e então:

$$m. \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_C = -2m.\vec{\omega} \wedge \vec{u} - m.\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{r} + \vec{P} + \vec{F} + \vec{T} + \vec{\tau}, \quad (25)$$

que é a equação fundamental procurada , escrita em relação ao referencial Horizontal (h) dos oceanos , notando-se que (C) e (h) são o mesmo referencial.

A força de Coriolis, a primeira parcela do lado direito de (25), que age na massa unitária m e em todos os objetos que se movem com velocidade $\vec{u}$ qualquer na superfície, ou no interior da Terra, é definida na forma:

$$\vec{F}_{CC} = -2m.\vec{\omega} \wedge \vec{u} \quad (26)$$

A força centrípeta, a segunda parcela do lado direito de (25), que age em todas massas na superfície da Terra, quer se movam com velocidade $\vec{u}$ ou não, é escrita como força centrífuga na forma abaixo:

$$\vec{F}_{cf} = -m.\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad (27)$$

No Equador ela tem direção igual, mas de sentido oposto à da força de atração gravitacional

$$\vec{F} = -m.K. \left(\frac{M}{r^2} \right) \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (28)$$

sendo K a constante gravitacional de Kavendich, com que a massa M da Terra atrai a massa unitária m , de forma que vale para todas as colatitudes γ da Terra a expressão abaixo:

$$\vec{P}_{eso} = m.\vec{g} = \vec{F} - m.\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}), \quad (29)$$

que é a força $\vec{P}_{eso}$ resultante da soma vetorial da força de atração gravitacional com a força centrífuga na partícula m .

Portanto o vetor força resultante atuando na massa unitária m colocada em (P), descrito por medição de $\vec{u}$ feita no referencial Horizontal (h), isto é, nos oceanos, pode ser expresso na forma:

$$m. \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_h = \vec{P} + \vec{P}_{eso} + \vec{T} + \vec{\tau} + \vec{F}_{CC} \quad (30)$$

onde:

1º termo é a força resultante atuando em m , referida ao referencial Não Inercial Horizontal (h) , que é equivalente ao referencial do Centro da Terra (C)

2º termo é a força devido ao gradiente de pressão $\vec{P}$.

3º termo é a força peso $\vec{P}_{eso}$.

4º termo é a força geradora de marés $\vec{T}$.

5º termo é a força dissipativa $\vec{\tau}$.

6º termo é a força de Coriolis $\vec{F}_{CC}$.

1)- A equação (30) é a Equação Fundamental da Dinâmica dos Oceanos para uma partícula de massa unitária m supondo-se $\vec{\omega} \neq 0$. Ela é descrita em relação ao referencial Não Inercial da Terra (Horizontal (h)), indicando que a ação da soma vetorial, das forças tratativas de marés (devidas ao Sol, Lua e outros planetas), da força de gradiente de pressão, da força de atrito, da força peso e da força de Coriolis, acelera a massa unitária m .

2) - A força gradiente de pressão $\vec{P}$ é a responsável pela propagação das correntes de superfície geradas pelo vento; pela propagação das ondas geradas pelo vento, que atingem todas as praias das ilhas e continentes; pela propagação de Tsunamis decorrentes de abalos sísmicos ; pela propagação da onda de marés nas áreas costeiras de todos os oceanos e, entre outras mais, pela propagação das águas aquecidas das áreas tropicais em direção às áreas polares, onde perdem temperatura, tornam-se mais densas e afundam, dando origem à circulação de larga escala conhecida como circulação termohalina dos oceanos.

3) - A força $\vec{P}_{eso}$ resulta da soma vetorial da força de atração gravitacional e da força centrífuga atuando em m . A força centrífuga é mais intensa na área Equatorial e é nula nos Polos. Como tal, a força $\vec{P}_{eso}$ é menos intensa no Equador e máxima nos Polos terrestres . Esse fenômeno produz o achatamento da Terra nas área polares e um abaulamento das áreas Equatoriais.

4) - A força geradora de marés $\vec{T}$, que produz o deslocamento de m devido as marés, não é uma força gravitacional como geralmente se supõe . A força $\vec{T}$ resulta da diferença de duas forças gravitacionais $\vec{F}$, devida a cada astro de "per se", uma atuando sobre a massa m colocada no ponto (P) do referencial Horizontal (h) e outra atuando sobre a massa m colocada na origem do referencial Não Inercial (C) no Centro da Terra. A força $\vec{T}$ tem sinal negativo, ou positivo, dependendo de onde está a massa m no referencial da Centro da Terra (C), portanto no ponto (P), se do lado em que o astro que exerce a ação gravitacional está em relação à Terra, ou no lado oposto, enquanto a força de atração gravitacional $\vec{F}$, em qualquer dos casos, tem sempre sinal negativo, de atração, o que as distingue claramente.

Deve ser notado que a força de atração gravitacional entre a massa da Terra e a massa da Lua deveria, de acordo com a equação (28), ocasionar a colisão dos astros . Isso não acontece, pois vistos de (O), dois astros que não colidem é porque ambos transladam em torno de um Centro de Massa Comum , ou não pertencem ao sistema gravitacional em consideração. Note-se

que a Lua , de fato, não gira em torno do centro da Terra (C) , como geralmente se supõe, mas translada em torno do Centro de Massa Comum que forma com a Terra . O mesmo pode ser dito em relação ao conjunto Sol-Terra e com modificações pertinentes também em relação aos outros planetas do sistema solar.

5) - A força dissipativa $\vec{\tau}$, como a força de Coriolis só existe quando houver movimento $\vec{u}$ da massa m . Tal como na sociedade moderna, onde nada se move se não houver uma burocracia, a dissipação não existe se não houver movimento. Esse movimento pode ser causado por qualquer força $\vec{P}$, $\vec{T}$, ou $\vec{P}_{eso}$ que a força de fricção $\vec{\tau}$ estará presente. O fenomeno de dissipação e sociedade tem alguma analogia na forma disforme com que o movimento dos oceanos e das sociedades conduzem, ou perdem energia. O Oceano conduz energia na forma desordenada da turbulência homogênea,(A energia para a manutenção da sociedade é também desordenada), ou perde energia, através do fenômeno de cisalhamento bem comportado (Nas sociedades, através das relações diplomáticas), ou turbulento (Nas sociedades, através da guerra total). O reconhecimento da realidade desses fatos torna a analogia construída, de certa forma, verossímil

Na dissipação da energia das marés pelo atrito são geradas componentes de pequeno fundo por componentes periódicas associadas às órbitas do Sol e da Lua, indicando que há um certo grau de determinismo no processo de geração dessas componentes, ao invés do caos total do movimento turbulento. Uma consequência bem determinada , da dissipação da energia no caso das Forças Tratativas de Marés, vem da astronomia e é o aumento de forma gradual, permanente e irreversível da distância da Lua em relação à Terra, por razões de conservação do momento angular do sistema Terra - Lua, decorrente da diminuição do momento angular da Terra .

6) - A força de Coriolis $\vec{F}_{CC}$, como a força dissipativa $\vec{\tau}$ só existe se houver movimento $\vec{u}$ da massa m , mas não é uma força burocrática e real como ela é. A força de Coriolis é força irreal produzida pelo movimento de rotação da Terra, como mostra a seguinte medição em "pensamento". Suponha que dois aviões, vistos do referencial das Estrelas Fixas (Inercial) (O), partam dos Polos, ao longo de superfície esférica geopotencial, numa atmosfera sem viscosidade que não os arraste, em direção à cidade de Belém , situada próxima da linha do Equador Terrestre. A Fig 3.a mostra que ambos se dirigem, em trajetórias sem desvios, dos Polos até a cidade de Belém. Depois de algumas horas , se a Terra não se mover, isto é, se $\vec{\omega} = 0$, eles chegam à Belém. Note-se que a força $\vec{P}_{eso}$ é que provê a variação de direção dos vetores velocidades

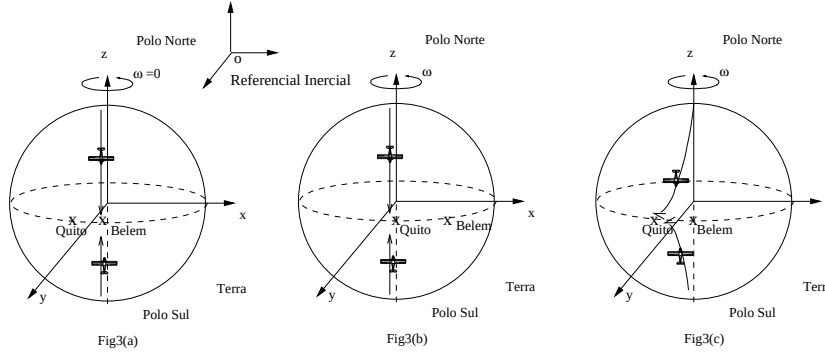


Figura 3:

dos aviões durante os trajetos dos Pólos até Belém.

Como a Terra tem movimento de rotação $\vec{\omega} \neq 0$, supondo-se que os aviões não sejam arrastados pela atmosfera, que se movimenta com a Terra, isto é, $\vec{\tau}=0$, após as mesmas horas de trajeto eles passam sobre a (mas não aterrizam na) cidade de Quito situada no Equador. A Fig 3.b mostra o ocorrido, visto de um referencial Inercial (O). Visto do referencial não Inercial Horizontal (h), preso à Quito, o avião que veio do Polo Sul se deslocou à esquerda do seu movimento e o avião que veio do Polo Norte se deslocou à direita do seu movimento para chegarem até Quito como mostra a Fig 3.c.

Note-se que o movimento dos aviões, na superfície esférica geopotencial, vistos do referencial (h) preso à cidade de Quito, são descritos como se a Terra não tivesse movimento de rotação $\vec{\omega}$, que, vista do referencial (O), sabe-se que a Terra tem. Vista de (C), ou (h), onde não se sente a rotação da Terra, $\vec{\omega}$ é inadvertidamente percebida como $-\vec{\omega}$.

Conforme a expressão (12), a velocidade tangencial $-\vec{u}_T$, de cada um dos aviões, que na Fig 3.a não ocorre pois $\vec{\omega} = 0$, nas condições das Figs 3.b e 3.c com $\vec{\omega} \neq 0$, passa a existir e aumenta com a diminuição do valor absoluto da latitude. O aumento de velocidade se dá na mesma razão em relação tempo, com que os aviões cruzam as latitudes. As velocidades tangenciais $-\vec{u}_T$ são perpendiculares às velocidades $\vec{u}$ (constantes em módulo) dos aviões, cujos sentidos são Pólo Sul-Equador e Pólo Norte-Equador e se somam vetorialmente. Resultam da composição as trajetórias indicadas na Fig 3.c. Note-se que nos Pólos a velocidade tangencial $-\vec{u}_T$ é nula, mas em Belém, ou Quito, na área Equatorial em geral, a velocidade tangencial é máxima em

valor absoluto.

Os deslocamentos, à esquerda e à direita dos movimentos dos aviões são, então, interpretados no referencial Horizontal (h) de Quito, como causados por uma força perpendicular à direção de propagação Norte Sul dos aviões, chamada força de Coriolis, enquanto que, vistos do referencial Inercial das Estrelas Fixas (O), eles não existem e portanto não podem ser causados por força alguma, Fig 3.b. Em (O) a passagem sobre Quito de forma lateral, (com os aviões voando lateralmente, mas mantendo a direção Norte-Sul), em atmosfera sem viscosidade, é exclusivamente devida ao movimento de rotação da Terra e os trajetos são percorridos no mesmo intervalo de tempo que duraram os vôos Polo Norte-Belém e Polo Sul-Belém, na suposição de uma Terra sem movimento de rotação como na Fig 3.a.

Deve-se notar que vistos de (O) os vetores velocidade dos aviões, na superfície geopotencial, não tiveram suas direções Norte-Sul modificadas durante os trajetos até Quito; tiveram apenas as suas componentes Norte - Sul, projetadas no plano da Fig 3.b, aumentadas em módulo, devido à força virtual dos motores, na mesma razão temporal com que cruzam as latitudes de uma superfície esférica equipotencial da Terra. Portanto, vista de (O) não há força alguma (a menos da força $\vec{P}_{eso}$, que os mantém na superfície geopotencial e a dos motores, que os movimentam nessa superfície; de fato foguetes, pois na condição de $\vec{\tau} = 0$ os motores a hélice, ou à jato dos aviões, são inócuos), que os mova e os tenha feito transladar de Belém até Quito na direção Este - Oeste.

Vista de (C), ou (h), por outro lado, a existência de uma força virtual, imaginária, que não muda a direção dos vetores velocidade dos aviões, mas que provoca o deslocamento lateral (à direita ou à esquerda do movimento) desses vetores, acelerando-os lateralmente, em uma atmosfera onde $\vec{\tau}=0$, sem viscosidade, é necessária, para que sejam entendidas, nesse referencial, as trajetórias dos aviões entre os Polos e Quito, Fig 3.c; e a força virtual de Coriolis tem sido largamente empregada para o entendimento do movimento real, isto é, viscoso, com $\vec{\tau} \neq 0$, das correntes oceânicas.

Vistas de (C) ou (h) as correntes de superfície dos oceanos, geradas pelos ventos, são defletidas pela força de Coriolis. A Corrente do Brasil, no hemisfério Sul, é defletida à esquerda de seu movimento e a Corrente do Golfo, no hemisfério Norte, à direita do seu movimento. A onda de maré também sofre a ação da $\vec{F}_{CC}$ e no hemisfério Sul, (e no hemisfério Norte), gira em

torno de Pontos Anfidrômicos (onde a maré é nula), defletindo-se à esquerda (e no hemisfério Norte, à direita), de sua direção de propagação em geral . Condições ressonantes podem fazer a propagação da onda de maré não ser afetada pela força de Coriolis .

As correntes submersas ao longo do Equador, vistas do referencial (h), com gradiente de pressão na direção de Oeste para Este , que as põem em movimento, no Oceano Atlântico, no Pacífico e no Índico, ficam aprisionadas ao longo da linha equatorial, devido a $\vec{F}_{CC}$. Se oriundas do hemisfério Sul, cruzam o Equador e são defletidas à direita do seu movimento para Este, de tal forma a cruzarem novamente a linha equatorial, onde, no hemisfério Sul, sofrem novamente a ação da força de Coriolis, que as deflete à esquerda do seu movimento para Este, cruzando outra vez a linha do Equador.

O movimento aprisionado continuaria indefinidamente para Este, não houvessem os continentes da América do Sul, da África e as ilhas da Indonésia, barrando a propagação dessas correntes . Note-se, entretanto, que são essas barreiras que permitem o empilhamento das águas, pela ação na área Equatorial, dos ventos alísios de Este para Oeste, no lado Oeste dos oceanos e a geração dos gradientes de pressão que movimentam as correntes equatoriais submersas em direção de Oeste para Este.